

Dr. Michael Beer

Modellierung und Schätzung hedonischer Elementarpreisindizes

Im November 2007 konnte das Statistische Bundesamt im Rahmen des Gerhard-Fürst-Preises insgesamt drei hervorragende Arbeiten mit einem engen Bezug zur amtlichen Statistik auszeichnen. Die von Herrn Professor Dr. Hans Wolfgang Brachinger (Universität de Fribourg Suisse/Universität Freiburg Schweiz), dem Vorsitzenden des unabhängigen Gutachtergremiums, vorgetragenen Laudationes wurden in Ausgabe 12/2007 dieser Zeitschrift veröffentlicht. In den vergangenen beiden Ausgaben dieser Zeitschrift haben zwei der drei Preisträger des Jahres 2007 ihre Arbeiten in eigenen Beiträgen näher erläutert. Die Reihe mit Beiträgen über die im Jahr 2007 ausgezeichneten Arbeiten wird mit dem hier vorliegenden Beitrag von Dr. Michael Beer abgeschlossen.

Die bei Professor Dr. Hans Wolfgang Brachinger an der Universität Freiburg Schweiz entstandene Dissertation "Hedonic Elementary Price Indices: Axiomatic Foundation and Estimation Techniques" von Herrn Dr. Michael Beer wurde mit dem Gerhard-Fürst-Preis 2007 in der Kategorie „Dissertationen“ ausgezeichnet.

1 Preisindizes und hedonische Methoden

Eine der methodisch anspruchsvollsten Herausforderungen in der Preisstatistik ist die korrekte Behandlung von Qualitätsveränderungen auf dem Gütermarkt. Die ökonomische Realität zeigt, dass gerade bei Hochtechnologiegütern ein stetiger Wechsel der auf dem Markt angebotenen Produkte stattfindet. Ein heute hochaktuelles Laptop-Modell wird in einem halben Jahr von einem Nachfolgemodell mit einem

schnelleren Prozessor und mehr Festplattenspeicherplatz abgelöst werden. Wie lassen sich nun die Preise dieser beiden Modelle vergleichen, da die Qualität ja unterschiedlich ist?

Das Ziel eines Verbraucherpreisindex ist es, die mittlere Entwicklung der Preise der von den privaten Haushalten konsumierten Waren und Dienstleistungen zu erfassen, und zwar unter der Annahme *gleichbleibender Güterqualität*. Deshalb werden Gütervarianten unterschiedlicher Qualität nach Möglichkeit nicht direkt miteinander verglichen oder aber es wird versucht, den Preiseffekt der Qualitätsveränderung explizit zu beziffern.

Ein moderner Ansatz zur Behandlung von Qualitätsunterschieden bei der Berechnung von Preisindizes ist die sogenannte *hedonische Methode*. Dabei wird die Qualität einer Gütervariante mit einem Vektor von Produktmerkmalen identifiziert, sodass Qualitätsunterschiede durch unterschiedliche Merkmalsvektoren zum Ausdruck kommen. Die Merkmalsvektoren wiederum werden mittels eines statistischen Regressionsmodells mit den beobachteten Preisen der betrachteten Gütervariante in Verbindung gebracht. Aufgrund eines solchen Modells kann dann für beliebige Vektoren (und somit auch für beliebige Qualitäten) ein Preis prognostiziert werden.

Schätzt man für jede Betrachtungsperiode ein solches Regressionsmodell, so lassen sich auch für Produktvarianten, die zu einem bestimmten Zeitpunkt nicht mehr oder noch nicht auf dem Markt sind, hypothetische Preise ableiten. Dies geschieht dadurch, dass man deren Merkmalsausprägungen in die jeweiligen Regressionsfunktionen einsetzt. So können schließlich direkte Preisvergleiche ein und

derselben Produktvariante über längere Zeitperioden angesetzt werden, als dies sonst möglich wäre. Man gewinnt somit mit dem Umweg über die Merkmalsvektoren einen Hebel, durch den sich die einem Preis zugrunde liegende Qualität operationalisieren und gezielt kontrollieren lässt.

Die üblichen Konzepte zur Berechnung von Verbraucherpreisindizes gehen von einer hierarchischen Strukturierung des Warenkorb aus. Die tiefste Hierarchiestufe bilden die sogenannten *Elementaraggregate*, wie sie von der verwendeten Produkt-Nomenklatur [z. B. COICOP¹⁾] vorgegeben werden. Dies sind möglichst homogene Gruppen von Waren oder Dienstleistungen, innerhalb derer die Preise erhoben werden und für die die Preisentwicklung mittels eines sogenannten *Elementarpreisindex* in einem ersten Schritt getrennt gemessen wird (Basisaggregation). Der zweite Schritt besteht darin, die einzelnen solchen Indexpositionen gemäß ihrer wertmäßigen Relevanz an den gesamten Konsumausgaben der privaten Haushalte zu gewichten und darauf abgestützt die einzelnen Elementarpreisindizes zum Gesamtindex zu verdichten. Hierfür kommen etwa die bekannten Indexformeln von Laspeyres, Paasche oder Törnqvist zur Anwendung.²⁾

Das Qualitätsanpassungsproblem stellt sich nur dann, wenn direkt Preise von Gütervarianten miteinander verglichen werden. Ein solcher Vergleich ist exakt die Aufgabe der Elementarindizes. Qualitätsbereinigung kommt also bei der Basisaggregation zum Tragen und spielt auf übergeordneter Stufe keine Rolle mehr. Im Folgenden konzentrieren wir uns daher immer auf ein spezifisches Elementaraggregat (etwa jenes der Gebrauchtwagen) und befassen uns mit der Konzeption und Schätzung von Elementarindizes. Elementarpreisindizes, bei denen mittels der hedonischen Methode eine Qualitätsbereinigung durchgeführt wird, werden als *hedonische Elementarpreisindizes* bezeichnet.

Der Hauptvorteil hedonischer Indizes liegt in ihrer Objektivität bezüglich dessen, was unter Gütern gleicher Qualität verstanden wird und wie der Preis von der Qualität abhängt. Dies steht im Kontrast zu herkömmlichen Qualitätsbereinigungsmethoden, die sich oft auf eine subjektive Beurteilung durch die Preiserheber abstützen. Hedonische Indizes haben allerdings den Nachteil, dass sie höhere Anforderungen an die Datenbasis und an das methodische Fachwissen der Preisstatistiker stellen. Neben den Preisen müssen zahlreiche Produktcharakteristika erhoben werden, und es gilt, den Zusammenhang zwischen Preisen und Merkmalen statistisch zu schätzen.

Hedonische Methoden werden in der amtlichen Preisstatistik der Vereinigten Staaten seit rund zwanzig Jahren punktuell eingesetzt und gewannen in letzter Zeit auch in Europa

zunehmend an Verbreitung. Das Statistische Bundesamt begann im Juni 2002 mit dem Einsatz hedonischer Methoden bei der Berechnung des Elementarindexes für Personalcomputer und hat sein Hedonik-Programm seither auch auf Gebrauchtwagen, Immobilien, EDV-Investitionsgüter sowie Waschmaschinen und Fernseher ausgeweitet.³⁾

Betrachtet man die umfassende Literatur zu hedonischen Preisindizes, so stellt man allerdings fest, dass gewisse grundsätzliche Fragen noch nicht hinreichend geklärt sind. So fehlt bisher eine befriedigende Definition eines Elementaraggregats, auf der eine Theorie hedonischer Preisindizes aufbauen könnte. Weiter wird meist außer Acht gelassen, dass ein hedonischer Elementarpreisindex seinem Wesen nach ein latenter ökonomischer Parameter ist, den es geeignet statistisch zu schätzen gilt. Parameter, Schätzer und Schätzungen werden nicht sauber voneinander getrennt, was etwa Schätzfehler, wie sie jedem Indexwert anhaften, weitgehend verschleiert. In seiner Dissertation⁴⁾ hat der Autor dieses Beitrags Ansätze aufgezeigt, welche die eben erwähnten methodischen Lücken füllen.⁵⁾ Diese sollen im Folgenden skizziert werden.

2 Vom ökonometrischen Modell zum hedonischen Elementarpreisindex

Die Annahme, dass zwischen den Merkmalen und dem Preis der Elemente eines Elementaraggregats ein funktionaler Zusammenhang besteht, wird in der Literatur als *hedonische Hypothese* bezeichnet. Um aus dieser Aussage ein ökonometrisches Modell formulieren zu können, bedarf es einer Vorstellung davon, wie die Merkmale einer Gütervariante das Wesen des Elementaraggregats bestimmen.

Im hier vorgeschlagenen Ansatz wird das Elementaraggregat als eine Teilmenge aller auf dem Markt verfügbaren Waren und Dienstleistungen aufgefasst. Diese Teilmenge ist dadurch determiniert, dass sämtliche Elemente eine klar definierte Liste von Merkmalen tragen. Während das Merkmal „Gewicht“ beispielsweise für sämtliche physisch fassbaren Produkte messbar und somit beobachtbar ist, sind dies die Merkmale „Prozessorgeschwindigkeit“ oder „Kilometerstand“ bereits nur für relative spezifische Untergruppen des Güteruniversums. Nun ist durchaus nicht jedes Objekt, an dem sich ein Kilometerstand ablesen lässt, ein Gebrauchtwagen und auch nicht jedes Gerät mit definierter Prozessorgeschwindigkeit ein Personalcomputer. Dennoch kann man sich vorstellen, dass auf diese Weise durch Hinzunehmen ausgewählter Zusatzmerkmale die Objektmenge derart eingeschränkt werden kann, dass sie dem entspricht, was man sich unter dem entsprechenden Elementaraggregat vorstellt.

1) Classification of Individual Consumption According to Purpose (Klassifikation der Verwendungszwecke des Individualverbrauchs).

2) Siehe z.B. ILO/IMF/OECD/UNECE/Eurostat/The World Bank (Hrsg.): „Consumer Price Index Manual: Theory and Practice“, International Labour Office, Genf 2004 (<http://www.ilo.org/public/english/bureau/stat/guides/cpi/>; Stand: 7. April 2008).

3) Siehe Linz, S./Eckert, G.: „Zur Einführung hedonischer Methoden in die Preisstatistik“ in WiSta 10/2002, S. 857 ff., Linz, S./Dexheimer, V./Kathe, A.: „Hedonische Preismessung bei Gebrauchtwagen“ in WiSta 6/2003, S. 538 ff., Behrmann, T./Kathe, A.: „Zur Anwendung hedonischer Methoden beim Häuserpreisindex“ in WiSta 5/2004, S. 525 ff., Linz, S./Behrmann, T./Becker, U.: „Hedonische Preismessung bei EDV-Investitionsgütern“ in WiSta 6/2004, S. 682 ff., und Linz, S./Dexheimer, V.: „Dezentrale hedonische Indizes in der Preisstatistik“ in WiSta 3/2005, S. 249 ff.

4) Siehe Beer, M.: „Hedonic Elementary Price Indices: Axiomatic Foundation and Estimation Techniques“, Universität Freiburg Schweiz 2007 (<http://www.michael.beer.name/phdthesis/>; Stand: 7. April 2008).

5) Das Fundament hierzu bildete Brachinger, H. W.: „Statistical Theory of Hedonic Price Indices“, DQE Working Paper 1, Universität Freiburg Schweiz (<http://ideas.repec.org/p/fri/dqewps/wp0001.html>; Stand: 7. April 2008).

Diese Betrachtungsweise hat den Vorteil, dass jedem Elementaraggregat G eindeutig eine Liste \mathcal{M} von *charakteristischen Merkmalen* zugeordnet ist, die für jedes im Aggregat enthaltene Objekt grundsätzlich beobachtbar sind. Die hedonische Hypothese sagt dann im Wesentlichen aus, dass es in dieser Liste von Merkmalen eine endliche Teilmenge

$$\mathcal{M}^{pr} = \{m_1, \dots, m_k\} \subset \mathcal{M}$$

und eine Funktion $h: \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ gibt, sodass der Preis $p(o)$ eines Objektes $o \in G$ geschrieben werden kann als

$$p(o) = h(\mathbf{m}^{pr}(o)) + \varepsilon(o)$$

mit $\mathbf{m}^{pr}(o) = (m_1(o), \dots, m_k(o))'$. Für den Residualterm $\varepsilon(o)$ müssen dabei gewisse Regularitätsbedingungen angesetzt werden, etwa dass sein bedingter Erwartungswert über alle Objekte in G mit identischer Qualität [d.h. über alle $o' \in G$ mit $\mathbf{m}^{pr}(o') = \mathbf{m}^{pr}(o)$] gleich null ist. Man erhält so ein formales *hedonisches ökonometrisches Modell*, worin \mathcal{M}^{pr} die Menge der *preisrelevanten Merkmale* und h die *hedonische Funktion* des vorgegebenen Elementaraggregates darstellt. Der Residualterm $\varepsilon(o)$ erfasst jene Komponente des Preises von o , die von der Qualität unabhängig ist.⁶⁾

Hedonische Elementarpreisindizes bedienen sich nun dieses Rahmens, um die mittlere Veränderung der Preise in einem Elementaraggregat enthaltenen Güterqualitäten auszudrücken. Hierfür werden vorerst für eine Basisperiode 0 und eine Vergleichsperiode 1 gedanklich sämtliche zum jeweiligen Zeitpunkt auf dem Markt verfügbaren Objekte, die Träger der charakteristischen Merkmale \mathcal{M} sind, in den Aggregaten G^0 und G^1 zusammengefasst. Die Differenzmengen $G^1 \setminus G^0$ und $G^0 \setminus G^1$ stellen dann die Mengen jener Gütervarianten dar, die zwischen der Basis- und der Vergleichsperiode neu hinzugekommen bzw. vom Markt verschwunden sind. Darüber hinaus kann man das oben eingeführte hedonische ökonometrische Modell dahingehend erweitern, dass sich für jede Zeitperiode eine eigene hedonische Funktion h^t definieren lässt, die den sich verändernden Zusammenhang von Qualität und Preis zeitabhängig abbildet.

Man stelle sich nun vor, aus der Vereinigungsmenge $G^0 \cup G^1$ aller in der Basis- oder in der Vergleichsperiode verfügbaren Objekte werde zufällig ein Element o^* gezogen und dessen preisrelevante Merkmale $\mathbf{m}^{pr}(o^*)$ im Zufallsvektor \mathcal{M} zusammengefasst. Will man die Preisveränderung dieses Objekts zwischen den beiden Perioden quantifizieren, so liegt in erster Linie der Preisquotient $p^1(o^*)/p^0(o^*)$ auf der Hand, worin $p^t(o^*)$ für den Preis des Objekts zum Zeitpunkt t steht. Handelt es sich bei o^* aber um eine Gütervariante, die nicht in beiden Perioden verfügbar war, so lässt sich einer der beiden Preise und somit auch der Preisquotient nicht bestimmen. Der hedonische Ansatz liefert in dieser Situation den Ausweg über die preisrelevanten Merkmale des Objekts, indem die Preisveränderung durch $h^1(\mathbf{m}^{pr}(o^*)) / h^0(\mathbf{m}^{pr}(o^*))$ beziffert wird. Das hat weiter den Vorteil, dass nur die systematischen, das heißt qualitätsabhängigen Preiskomponenten miteinander verglichen werden und die unsystematischen Residuen nicht in den Preisvergleich mit einfließen.

Ein hedonischer Elementarpreisindex, der die mittlere Preisentwicklung über das ganze Elementaraggregat zum Ausdruck bringen soll, lässt sich nun sinnvoll durch

$$HEPI_A^{0:1} = \frac{E h^1(\mathbf{M})}{E h^0(\mathbf{M})}$$

oder

$$HEPI_B^{0:1} = E \left[\frac{h^1(\mathbf{M})}{h^0(\mathbf{M})} \right]$$

definieren. Keine der beiden Varianten ist dabei a priori der anderen vorzuziehen. Die beiden Erwartungswerte werden über die Verteilung des Zufallsvektors \mathbf{M} gebildet, welche die Rolle einer Referenzmerkmals- und somit auch Referenzqualitätsverteilung einnimmt. Dadurch, dass jeweils über und unter dem Bruchstrich derselbe Merkmalsvektor \mathbf{M} steht, ist gewährleistet, dass bezüglich Qualität auch tatsächlich Gleiches mit Gleichem verglichen wird.

Der eben eingeführten Darstellungsweise liegt die Annahme zugrunde, dass die hedonischen Funktionen $h^t (t \in \{0, 1\})$, die a priori nur für die Elemente der zugehörigen Elementaraggregate G^t definiert sind, sinnvoll auf ganz $G^0 \cup G^1$ fortgesetzt werden können. Dass solche Extrapolationen möglich sein müssen, ist genau der Kern jedes hedonischen Preisindex. Kann diese Voraussetzung für ein Elementaraggregat nicht erfüllt werden oder ist überhaupt schon die Existenz eines funktionalen Zusammenhangs zwischen Merkmalen und Preis fraglich, so ist der hedonische Ansatz zur Qualitätsbereinigung von Elementarpreisindizes schlicht ungeeignet. In der Praxis lassen sich beide Voraussetzungen empirisch dadurch überprüfen, ob sich ein hinreichend gutes Regressionsmodell finden lässt, dessen funktionaler Ansatz auch entsprechende Extrapolationen zulässt.

Die beiden Ansätze $HEPI_A^{0:1}$ und $HEPI_B^{0:1}$ lassen sich weiter flexibilisieren, indem auch Transformationen der hedonischen Preise bzw. Preisquotienten betrachtet werden. Dies geschieht durch den Einbezug einer stetigen und injektiven Transformationsfunktion φ und ihrer Inversen φ^{-1} , was zu den zwei universellen Ansätzen

$$HEPI_C^{0:1} = \frac{\varphi^{-1}(E \varphi(h^1(\mathbf{M})))}{\varphi^{-1}(E \varphi(h^0(\mathbf{M})))}$$

und

$$HEPI_D^{0:1} = \varphi^{-1} \left(E \left[\varphi \left(\frac{h^1(\mathbf{M})}{h^0(\mathbf{M})} \right) \right] \right)$$

führt.

Beim Vergleich dieser Formeln mit traditionellen Elementarpreisindizes treten drei spezifische Transformationsfunktionen besonders hervor. Es sind dies die Identität, die hyperbolische Transformation $\varphi(x) = 1/x$ sowie der natürliche Logarithmus $\varphi(x) = \ln x$. Im nächsten Kapitel wird gezeigt werden, wie davon ausgehend die bekannten Preisindexschätzer hergeleitet werden können. Interessant ist ferner die

⁶⁾ Siehe hierzu z. B. Eurostat/IMF/OECD/United Nations/The World Bank (Hrsg.): "System of National Accounts 1993", Abschnitt 16.112 ff. (<http://unstats.un.org/unsd/sna1993/>; Stand: 7. April 2008).

Tatsache, dass aufgrund der Linearität des Erwartungswertoperators und der Eigenschaften der Logarithmusfunktion bei der Wahl von $\varphi(x) = \ln x$ die zwei separaten Definitionsformeln $HEPI_{\zeta}^{0:1}$ und $HEPI_{\beta}^{0:1}$ zu einer einzigen verschmelzen.

Die Frage, welche Definitionsvariante und welche Transformationsfunktion die „beste“ ist, wird in der Dissertation des Verfassers axiomatisch behandelt. Anlehnend an die herkömmliche Axiomatik für Elementarpreisindizes⁷⁾ gelingt es, eine Reihe von hinreichenden und/oder notwendigen Bedingungen zu formulieren, damit die resultierenden hedonischen Indizes die geforderten Eigenschaften besitzen. Das Resultat dieser Betrachtung führt zu einer tendenziellen Bevorzugung der Indexdefinition $HEPI_{\zeta}^{0:1}$ (Quotient von Durchschnittspreisen), wobei alle drei oben genannten Repräsentanten von φ gleichwertig sind.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass hedonische Elementarpreisindizes als latente ökonomische Parameter zu verstehen sind, die es geeignet zu definieren gilt. Dies kann durch die Wahl einer Referenzmerkmalsverteilung geschehen, die einer Transformation durch die hedonischen Funktionen der Basis- und der Vergleichsperiode unterzogen wird. Der gesuchte Index ergibt sich dann als Maß für die Diskrepanz der beiden durch die Transformation erzeugten Preisverteilungen. Das folgende Kapitel wird aufzeigen, wie diese Diskrepanz empirisch geschätzt werden kann.

3 Indexschätzer

In der Praxis berechnet man die traditionellen Elementarpreisindizes direkt basierend auf den Preisen einer Stichprobe von Repräsentanten des betreffenden Elementaraggregats, die sowohl in der Basis- wie auch in der Vergleichsperiode erhoben wurden. Bei hedonischen Indizes stützt man ebenfalls auf eine Stichprobe von Repräsentanten ab, wobei allerdings erst einmal die Ausprägungen der preisrelevanten Merkmale von Interesse sind. Außerdem steht für die Auswahl dieser Repräsentanten die gesamte Vereinigungsmenge aller Elemente des Elementaraggregats zur Basis- und zur Vergleichsperiode zur Verfügung.

Bezeichnet man mit M_1, \dots, M_N die Merkmalsvektoren von N zufällig aus $G^0 \cup G^1$ gezogenen Repräsentanten, so können die im vorherigen Abschnitt definierten Indizes durch

$$\widehat{HEPI}_{\zeta}^{0:1} = \frac{\varphi^{-1}\left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \varphi(\hat{h}^1(M_n))\right)}{\varphi^{-1}\left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \varphi(\hat{h}^0(M_n))\right)}$$

und

$$\widehat{HEPI}_{\beta}^{0:1} = \varphi^{-1}\left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \varphi\left(\frac{\hat{h}^1(M_n)}{\hat{h}^0(M_n)}\right)\right)$$

geschätzt werden. Mit \hat{h}^0 und \hat{h}^1 werden dabei Schätzungen der hedonischen Funktionen zur Basis- bzw. zur

Vergleichsperiode bezeichnet. Diese erhält man durch die Anpassung zweier multivariater Regressionsmodelle an geeignete Stichproben von Preis- und Merkmalskombinationen zu den entsprechenden Zeitpunkten. Die in diesen Stichproben enthaltenen Gütervarianten können mit den für die Schätzung der Indizes verwendeten Repräsentanten übereinstimmen, müssen es aber nicht.

Die funktionale Form der zu verwendenden Regressionsmodelle ist a priori völlig unbestimmt und mitnichten auf die lineare Mehrfachregression beschränkt.⁸⁾ Denkbar sind beispielsweise auch nichtparametrische Regressionsverfahren, sofern sie den Zusammenhang zwischen Merkmalen und Preisen geeignet zu beschreiben vermögen. Es ist einzig zu beachten, dass sie hinreichend stabil sind, um auch bei Extrapolationen valable Prädiktionen zu liefern.

Die Tabelle zeigt, dass man ausgehend von den allgemeinen Indexschätzern $\widehat{HEPI}_{\zeta}^{0:1}$ und $\widehat{HEPI}_{\beta}^{0:1}$ bei geeigneter Wahl der Transformationsfunktion φ insbesondere die bekannten Elementarpreisindexformeln von Dutot, Jevons und Carli wiederfindet. Wie bereits erwähnt, fallen die beiden Definitionsansätze bei der Wahl von $\varphi(x) = \ln x$ zusammen. Sie liefern dann einen Elementarpreisindex vom Jevonsschen Typ.

Bemerkenswert ist, dass sich auch die in der Praxis verbreitete *Zeitvariablenmethode*⁹⁾ im hier entworfenen Kontext wiederfinden lässt. Bei diesem Ansatz werden die erhobenen Preise und Merkmalsausprägungen über beide betrachteten Zeitperioden gepoolt, und die Merkmalsvektoren m werden um eine Zeitindikatorvariable t ergänzt. Ein parametrisches Regressionsmodell liefert schließlich eine Schätzung $\hat{h}^{(0,1)}$ der für beide Perioden gültigen hedonischen Funktion $h^{(0,1)}$. Daraus können jederzeit wieder zwei periodenspezifische hedonische Funktionen, wie sie in den obigen Indexschätzern vorkommen, hergeleitet werden, indem man

$$\hat{h}^t(m) := \hat{h}^{(0,1)}(m, t)$$

ansetzt. Wird für die Modellierung von $h^{(0,1)}$ ein Regressionsmodell verwendet, bei dem der Preis logarithmiert und die Zeitindikatorvariable t mit einem Regressionskoeffizienten $\beta_{\text{Zeit}}^{(0,1)}$ multipliziert und den unabhängigen Variablen hinzuaddiert wird, so gilt

$$\hat{h}^1(m) = \exp \beta_{\text{Zeit}}^{(0,1)} \cdot \hat{h}^0(m).$$

Ungeachtet des Definitionsansatzes und der konkreten Indexformel aus der Tabelle, die man verwendet, erhält man dann immer gerade den Indexschätzer

$$\widehat{HEPI}^{0:1} = \exp \beta_{\text{Zeit}}^{(0,1)}.$$

Dieser ist insbesondere von den Referenzmerkmalsvektoren M_1, \dots, M_N gänzlich unabhängig. Trotzdem wird die Zeitvariablenmethode in der Literatur nicht unbedingt empfohlen. Sie unterstellt nämlich implizit, dass die Koeffizienten sämtlicher preisrelevanten Merkmale über beide Perioden konstant bleiben, was unter Umständen empirisch nicht haltbar ist.

7) Siehe z. B. Fußnote 2, Kapitel 16, oder auch Eichhorn, W./Voeller, J.: "Theory of the Price Index", Berlin 1976.

8) Siehe hierzu Triplett, J.: "Handbook on Hedonic Indexes and Quality Adjustments in Price Indexes", OECD Science, Technology and Industry Working Paper 2004/9, Paris 2004, S. 188.

9) Die Zeitvariablenmethode wird vom Statistischen Bundesamt insbesondere für die hedonische Preismessung bei Gebrauchtwagen eingesetzt. Siehe Linz, S./Dexheimer, V./Kathe, A., a. a. O., Fußnote 3.

Tabelle 1: Hedonische Elementarpreisindexschätzer

Formel	Transformation	Indexschätzer	Indextyp
$\widehat{HEPI}_C^{0:1}$	$\varphi(x) = x$	$\frac{\sum_{n=1}^N \hat{h}^1(M_n)}{\sum_{n=1}^N \hat{h}^0(M_n)}$	Dutot
	$\varphi(x) = \ln x$	$\sqrt[N]{\prod_{n=1}^N \frac{\hat{h}^1(M_n)}{\hat{h}^0(M_n)}}$	Jevons
	$\varphi(x) = 1/x$	$\frac{\left(\sum_{n=1}^N (\hat{h}^1(M_n))^{-1}\right)^{-1}}{\left(\sum_{n=1}^N (\hat{h}^0(M_n))^{-1}\right)^{-1}}$	„Harmonischer Dutot“
$\widehat{HEPI}_D^{0:1}$	$\varphi(x) = x$	$\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{\hat{h}^1(M_n)}{\hat{h}^0(M_n)}$	Carli
	$\varphi(x) = \ln x$	$\sqrt[N]{\prod_{n=1}^N \frac{\hat{h}^1(M_n)}{\hat{h}^0(M_n)}}$	Jevons
	$\varphi(x) = 1/x$	$\left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(\frac{\hat{h}^1(M_n)}{\hat{h}^0(M_n)}\right)^{-1}\right)^{-1}$	„Harmonischer Carli“

Im Licht der in Kapitel 2 angeführten Argumente zugunsten des Indextyps $\widehat{HEPI}_C^{0:1}$ und der Verwendung von $\varphi(x) = \ln x$ wird für die Praxis der jevonssche Elementarpreisindexschätzer

$$\widehat{HEPI}_{\text{Jevons}}^{0:1} = \sqrt[N]{\prod_{n=1}^N \frac{\hat{h}^1(M_n)}{\hat{h}^0(M_n)}}$$

empfohlen. Nahe verwandt mit diesem Index ist beispielsweise das Verfahren, das vom Statistischen Bundesamt für die Berechnung des Elementarpreisindex für EDV-Investitionsgüter angewendet wird.¹⁰⁾ Der einzige wesentliche Unterschied besteht darin, dass dort für Objekte, die in beiden Zeitperioden vorkommen, direkt die erhobenen Preise und nicht die durch die hedonischen Funktionen imputierten Preise in die Rechnung einfließen. Für die Praxis des Statistischen Bundesamtes spricht, dass wenn immer möglich mit effektiv beobachteten Preisen gearbeitet wird und nur für die nicht in beiden Perioden vorkommenden Produkte hedonische Preisschätzungen verwendet werden. Der hier vorgeschlagene Ansatz hat umgekehrt den Vorteil, dass qualitätsunabhängige Preiskomponenten konsequent ausgeklammert werden. Es bliebe empirisch zu überprüfen, inwieweit die beiden Verfahren zu signifikanten Unterschieden führen.

4 Schätzung eines hedonischen Elementarpreisindexes für Gebrauchtwagen

Zum Abschluss soll dargelegt werden, wie auf der Basis der bisher beschriebenen Theorie für den Schweizer Markt

ein *hedonischer Elementarpreisindex für Gebrauchtwagen* entwickelt und geschätzt wurde. Das Elementaraggregat „Occasions-Automobile“ trägt im vom Schweizer Bundesamt für Statistik errechneten Landesindex der Konsumentenpreise (LIK) im Jahr 2008 ein Warenkorbgewicht von 1,007%¹¹⁾ und gehört somit – wie auch schon in den Jahren zuvor – zu den fünfzehn am höchsten gewichteten Indexpositionen.

Für die Forschungsarbeiten im Bereich hedonischer Preisindizes konnte sich das Seminar für Statistik der Universität Freiburg (Schweiz) einen Auszug aus dem Datenbestand der Firma AutoScout24 AG erschließen. Die Firma betreibt in der Schweiz wie auch in mehreren anderen europäischen Ländern eine Internet-Plattform, auf der sowohl Private wie auch Händler Personenwagen zum Verkauf anbieten können. Für die Schweiz umfasste diese Datenbank im Beobachtungszeitraum von Oktober 2004 bis März 2006 permanent zwischen 70 000 und 80 000 Fahrzeuge.

Für jedes auf der Plattform publizierte Verkaufsinserat enthielten die Daten nebst dem Angebotspreis in standardisierter Form eine ganze Reihe von Eigenschaften des angebotenen Fahrzeugs. Dazu gehörten Marke und Modellbezeichnung, Art des Fahrzeugs, Getriebeart, Treibstoffart, Innen- und Außenfarbe, Anzahl der Türen, Anzahl der Sitze, Hubraum, Leistung in PS und Zylinderzahl des Motors sowie rund dreißig Ausstattungs-Indikatorvariablen (Airbag, ABS, Klimaanlage, Radio/CD usw.). Hinzu kamen der aktuelle Kilometerstand und das Datum der ersten Inverkehrsetzung, aus dem sich das Alter des Fahrzeugs errechnen ließ. Bei rund einem Viertel der Inserate war darüber hinaus auch der ehemalige Neupreis erfasst.

10) Siehe Linz, S./Behrmann, T./Becker, U., a. a. O., Fußnote 3.

11) Siehe Bundesamt für Statistik: „Der Landesindex der Konsumentenpreise: Gewichtung 2008“, Neuchâtel 2008 (verfügbar unter <http://www.lik.bfs.admin.ch>; Stand: 7. April 2008).

Aufgrund der Tatsache, dass AutoScout24 einen Großteil der Inhalte direkt aus den Bewirtschaftungssystemen der Händler übernimmt, waren die meisten Daten von relativ guter Qualität, und die regelbasierte Bereinigung von offenbar fehlerhaften Beobachtungen ließ sich auf ein Minimum beschränken. Da nach Aussage von AutoScout24 rund jeder zweite in der Schweiz verkaufte Gebrauchtwagen in den Daten erfasst sein dürfte, kann davon ausgegangen werden, dass die auf dieser Grundlage erstellten Schätzungen ein gültiges Bild abgeben. Kritisch anzumerken ist, dass die wahren Transaktionspreise vermutlich um einen gewissen Faktor unter den publizierten Angebotspreisen liegen. Geht man allerdings davon aus, dass dieser Faktor pro Fahrzeugqualität über die Zeit in etwa konstant bleibt, so wird die Preisentwicklung durch den jevonsschen Indexschätzer trotzdem unverzerrt wiedergegeben.

Für die Schätzung der hedonischen Funktionen wurden verschiedene Ansätze aus der Klasse einerseits der linearen Regressionsmodelle und andererseits der Partial-Least-Squares-Modelle geprüft und miteinander verglichen. Dabei wurde die zu erklärende Preisvariable überall in logarithmierter Form in die Modelle einbezogen. Gestützt auf Bootstrap-Schätzungen des Prognosefehlers konnte evaluiert werden, welcher Ansatz den Zusammenhang zwischen Merkmalen und Preis am besten wiedergibt.

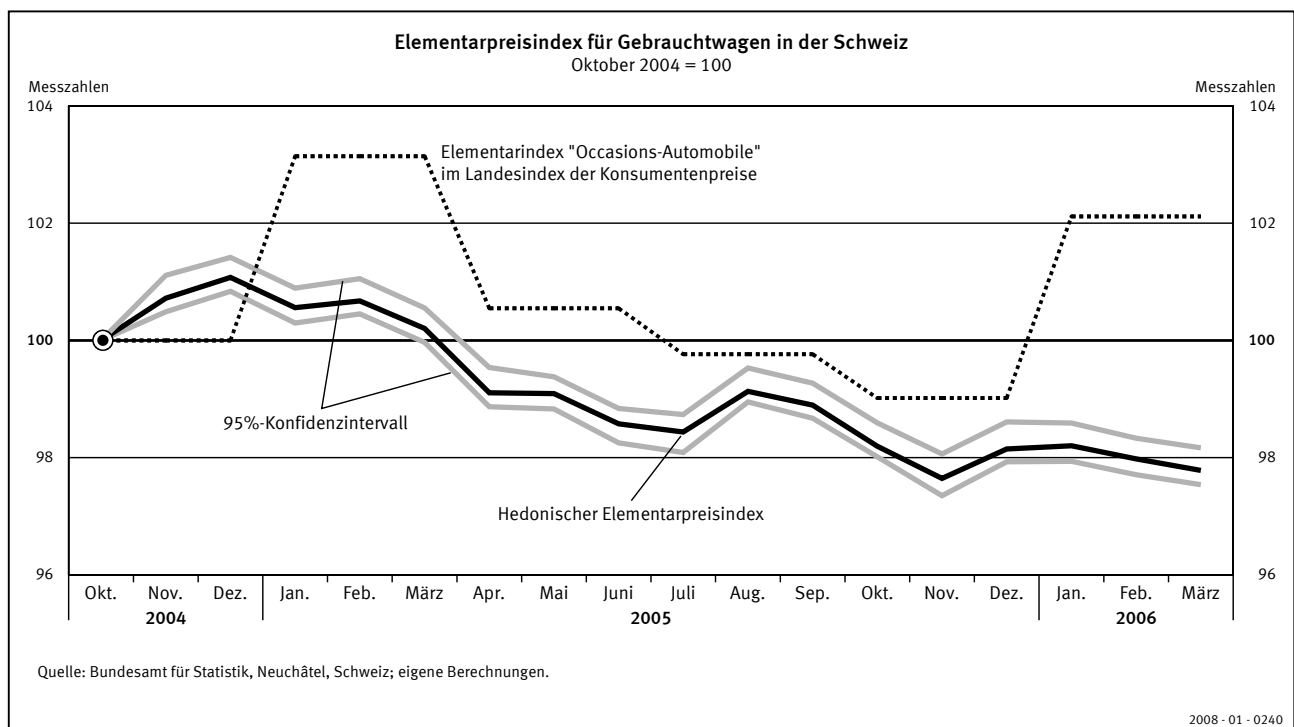
Der schließlich für sämtliche Betrachtungsmonate favorisierte Ansatz basiert auf semilogarithmischen Regressionsmodellen der Form

$$\ln p^t = \beta_0^t + \sum_{k=1}^K \beta_k^t M_k^t + \eta^t,$$

wobei p^t für den Preis, M_k^t ($k \in \{1, \dots, K\}$) für die Ausprägungen der preisrelevanten Merkmale und η^t für den üblichen sto-

chastischen Fehlerterm steht. In jedem Beobachtungsmo-
nat t wurde für sämtliche Fahrzeugmodelle (VW Golf, Opel Astra, Audi A4, Fiat Punto usw.) mit einer gewissen Mindestzahl an Beobachtungen separat ein solches Regressionsmodell angepasst. Die für Prädiktionen effektiv zu berücksichtigenden Merkmalsvariablen wurden dabei ebenfalls für jedes Fahrzeugmodell separat mittels eines Standard-Variablen-selektionsverfahrens aus der Gesamtheit der verfügbaren erklärenden Variablen ausgewählt. Diese Vorgehensweise trägt der Tatsache Rechnung, dass der Einfluss einzelner Ausstattungsmerkmale auf den Preis von Fahrzeugmodell zu Fahrzeugmodell sehr unterschiedlich sein kann – etwa wenn diese bei bestimmten Fahrzeugen zur Grundausstattung gehören, bei anderen jedoch nicht. Pro Monatsperiode resultierten so bis zu 150 separate Regressionsmodelle, die als Gesamtheit die Schätzung einer hedonischen Funktion darstellten. Wurde diese Funktion anschließend herangezogen, um für einen Merkmalsvektor eine hedonische Preisschätzung zu erzeugen, so richtete sich die Wahl der Regressionskoeffizienten nach dem im Vektor abgebildeten Fahrzeugmodell. Das korrigierte Bestimmtheitsmaß dieser hedonischen Funktionsschätzungen lag für alle betrachteten Monate über 95%.

Das Schaubild zeigt den Verlauf des hedonischen Elementarpreisindex für Gebrauchtwagen in der Schweiz, wie er mithilfe des eben beschriebenen hedonischen Funktionsansatzes und unter Verwendung der Indexformel $\widehat{HEPI}_{jevons}^{0:1}$ geschätzt wurde. Als Referenzmerkmalsmenge wurde dabei jeweils die Gesamtheit aller aus Basis- und Vergleichsperiode zusammengefassten Beobachtungen verwendet, was für die einzelnen Monate Stichprobengrößen von zwischen 120 000 und 190 000 Beobachtungen ergab. Als Basisperiode wurde für sämtliche dargestellten Indexwerte der Oktober 2004 angesetzt.



Die Grafik bildet neben den Punktschätzungen auch die Grenzen eines 95%-Konfidenzintervalls für den hedonischen Elementarpreisindex ab, wie es basierend auf Bootstrap-Replikationen der hedonischen Funktionen nichtparametrisch geschätzt wurde.¹²⁾ Diese Darstellung unterstreicht noch einmal die Tatsache, dass konkrete Realisierungen von Elementarpreisindizes im Allgemeinen und hedonischen Indizes im Besonderen immer auf der Basis einer Stichprobe berechnet werden und somit grundsätzlich einem Stichprobenfehler unterliegen. Die ausgewiesenen Konfidenzintervalle zeigen, dass der wahre Indexwert bei diesem Beispiel mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% in einem Band liegt, das eine Breite von etwa 0,5 bis 0,7 Prozentpunkten aufweist.

Zum Vergleich ist ferner die Indexreihe des Elementaraggregats „Occasions-Automobile“ wiedergegeben, wie sie vom Bundesamt für Statistik für den Landesindex der Konsumentenpreise jeweils quartalsweise und ohne Rückgriff auf hedonische Methoden berechnet wurde. Die Reihe ist hier so normiert, dass beide Indizes im Oktober 2004 den Indexstand von 100 aufweisen. Mangels eines Konfidenzintervalls für die amtliche Indexreihe ist es schwierig abzuschätzen, ob sich die beiden Entwicklungen effektiv signifikant voneinander unterscheiden. Der unterjährige Verlauf im Jahr 2005 scheint bei beiden Reihen relativ gleichförmig zu sein, während die saisonalen Spitzen zum Jahreswechsel vom hedonischen Index weniger ausgeprägt wiedergegeben werden.

5 Fazit

In seiner Dissertation hat der Autor dieses Beitrags mit der Formulierung eines hedonischen ökonometrischen Modells ein Fundament geschaffen, das die in der Praxis gängigen Ansätze zur Schätzung hedonischer Preisindizes untermauert. Darauf aufbauend ist es möglich, hedonische Preisindizes sauber zu definieren und die verschiedenen Definitionsansätze miteinander zu vergleichen.

Es wird aufgezeigt, dass sowohl methodische wie auch empirische Argumente dafür sprechen, einen bilateralen hedonischen Elementarpreisindex durch

$$HEPI^{0:1} = \exp \left(E \left[\ln \left(\frac{h^1(M)}{h^0(M)} \right) \right] \right)$$

zu definieren und basierend auf einer Stichprobe von Referenzmerkmalsvektoren mittels der jevonsschen Indexformel $\widehat{HEPI}_{\text{jevons}}^{0:1}$ zu schätzen. Die Referenzmerkmalsvektoren werden dabei der Gesamtheit aller Gütervarianten zur Basis wie auch zur Vergleichsperiode entnommen. Schätzungen der hedonischen Funktionen h^0 und h^1 erhält man durch die Wahl eines geeigneten Regressionsmodells, das einerseits den funktionalen Zusammenhang zwischen Merkmalen und Preis genügend gut erfasst und andererseits bei Extrapolationen stabile Preisschätzungen liefert.

Eine Beurteilung der Prädiktionsgenauigkeit hedonischer Regressionsmodelle wie auch der Variabilität der Preisindexschätzer kann auf relativ einfache Weise mittels geeigneter Bootstrap-Verfahren erfolgen. Wo immer hedonische Elementarpreisindizes in der Praxis geschätzt werden, empfiehlt es sich, deren Präzision im Sinne einer Qualitätssicherung laufend zu überwachen. Wird dies mit der nötigen Sorgfalt getan, erlaubt es der hedonische Ansatz, eine objektive und methodisch fundierte Antwort auf die Frage nach der korrekten Behandlung von Qualitätsveränderungen bei der Berechnung von Preisindizes zu geben.

Hedonische Methoden sind beileibe kein Allerweltsmittel, das der Preisstatistik ein allgemeingültiges Rezept zur Behandlung von Qualitätsveränderungen liefern würde. Gezielt eingesetzt für Elementaraggregate mit kurzen Produktlebenszyklen und verhältnismäßig hohem Gewicht im Gesamtindex, können sie aber ein methodisch schwieriges Problem elegant lösen und somit zur Objektivität und Glaubwürdigkeit eines Preisindex beitragen. [uu](#)

Der Autor dankt seinem Doktorvater Prof. Dr. Hans Wolfgang Brachinger sowie dem Zweitgutachter Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Wolfgang Eichhorn für die wissenschaftliche Begleitung sowie dem Statistischen Bundesamt für die der Arbeit geschenkte Aufmerksamkeit.

12) Das für die Schätzung der Konfidenzintervalle verwendete "case-based resampling" ist u. a. beschrieben in Beer, M.: "Bootstrapping a hedonic price index: experience from used cars data" in *AStA Advances in Statistical Analysis*, Bd. 91, Heft 1/2007, S. 77 ff.

Auszug aus Wirtschaft und Statistik

© Statistisches Bundesamt, Wiesbaden 2008

Vervielfältigung und Verbreitung, auch auszugsweise, mit Quellenangabe gestattet.

Herausgeber: Statistisches Bundesamt, Wiesbaden

Schriftleitung: Walter Radermacher
Präsident des Statistischen Bundesamtes
Verantwortlich für den Inhalt:
Brigitte Reimann,
65180 Wiesbaden

- Telefon: +49 (0) 6 11/75 2086
- E-Mail: wirtschaft-und-statistik@destatis.de

Vertriebspartner: SFG Servicecenter Fachverlage
Part of the Elsevier Group
Postfach 43 43
72774 Reutlingen
Telefon: +49 (0) 70 71/93 53 50
Telefax: +49 (0) 70 71/93 53 35
E-Mail: destatis@s-f-g.com

Erscheinungsfolge: monatlich



Allgemeine Informationen über das Statistische Bundesamt und sein Datenangebot erhalten Sie:

- im Internet: www.destatis.de

oder bei unserem Informationsservice
65180 Wiesbaden

- Telefon: +49 (0) 6 11/75 24 05
- Telefax: +49 (0) 6 11/75 33 30
- www.destatis.de/kontakt